

**КОМПЛЕКТ**  
**КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
**ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**  
*математика*  
для специальности  
**23.02.02 автомобиле-и тракторостроение**  
среднего профессионального образования  
*(базовой подготовки)*

## СОДЕРЖАНИЕ

1. ПАСПОРТ комплекта КОС ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ.....
2. СПЕЦИФИКАЦИИ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ.....
3. ВАРИАНТЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ.....
4. КРИТЕРИИ ФОРМИРОВАНИЯ ОЦЕНКИ  
ПО КАЖДОМУ ОЦЕНОЧНОМУ СРЕДСТВУ.....

# 1. ПАСПОРТ

комплекта контрольно-оценочных средств по учебной дисциплине \_\_\_\_\_

## 1.1. Общие положения

Контрольно-оценочные средства (КОС) разработаны в соответствии с требованиями основной профессиональной образовательной программы (ОПОП) и Федерального государственного стандарта по специальности среднего профессионального образования (СПО)

**23.02.02 «автомобиле-и тракторостроение»**,

программы учебной дисциплины «**математика**».

Контрольно-оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «**математика**».

для специальности СПО **23.02.02 «автомобиле-и тракторостроение»**,

КОС включают контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации

## 1.2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке

Результаты обучения <sup>1</sup> (освоенные умения, усвоенные знания)	Код и наименование элемента умений <sup>2</sup>	Основные показатели оценки результатов
У1	использовать методы линейной алгебры;	производить операции над матрицами; вычислять определители ; вычислять ранг матрицы; использовать основные способы решения систем уравнения;
У2	решать основные прикладные задачи численными методами;	строить ряд распределения случайной величины; находить функцию распределения случайной величины.
З1	основные понятия и методы основ линейной алгебры,	операции над матрицами; методы вычисления определителей; свойства определителей; ранг матрицы; способы решения систем уравнения: обратная матрица, методы Крамера, Гаусса
З2	основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики	понятия: событие, частота и вероятность появления события, совместные и несовместные события, полная вероятность; теореме сложения вероятностей; теореме умножения вероятностей; способы задания случайной величины; определения непрерывной и дискретной случайных величин; закон распределения случайной величины;
З3	основные понятия и методы математического анализа,	определение производной, ее геометрический смысл; формулы производных суммы, произведения, частного; производные сложной и обратной функций; производные высших порядков. основные методы интегрирования; свойства определенного и неопределенного интегралов;

### 1.1. Распределение оценочных средств по элементам знаний и умений текущего контроля

Содержание учебного материала по программе УД	Тип контрольного задания <sup>3</sup>					
	У1 <sup>4</sup>	У2		З1	З2	З3
<b>Раздел 1.</b>						
Тема 1.1 Элементы линейной алгебры	Расчетное задание 1; 2			Расчетное задание 1; 2		
<b>Раздел 2.</b>						
Тема 2.1 Дифференциальное исчисление.	Расчетное задание 3;4;5;6;7					Расчетное задание 3;4;5;6;7
Тема 2.2 Интегральное исчисление.	Расчетное задание 8;9;10;11;12					Расчетное задание 8;9;10;11;12
<b>Раздел 3</b>						
Тема 3.1 Основы теории вероятностей и математической статистики		Расчетное задание 13			Расчетное задание 13	
Тема 3.2 Дискретные случайные величины		Расчетное задание 14			Расчетное задание 14	
<b>Раздел 4</b>						
Тема 4.1 Элементы дискретной математики и численные методы		Расчетное задание 15			Расчетное задание 15	

### 1.2. Распределение основных показателей оценки результатов по видам аттестации

Элемент учебной дисциплины	Текущий контроль		Промежуточная аттестация	
	Форма контроля	Проверяемые ОК, У, З	Форма контроля	Проверяемые ОК, У, З
<b>Тема 1.1.</b>	Устный опрос Практическая работа Самостоятельная внеаудиторная работа	З1, У1	экзамен	З1, У1
<b>Тема 2.1.</b>	Практическая работа Самостоятельная внеаудиторная работа	З3; У1	экзамен	У1; З3
<b>Тема 2.2</b>	Практическая работа Самостоятельная внеаудиторная работа	У1; З3	экзамен	У1; З3
<b>Тема 3.1.</b>	Практическая работа Самостоятельная внеаудиторная работа	З2 У2	экзамен	З2 У2
<b>Тема 3.2.</b>	Практическая работа Самостоятельная внеаудиторная работа	З2; У2		
<b>Тема 4.1.</b>	Практическая работа Самостоятельная работа	У2; З2		

<sup>3</sup> Указывается код оценочного средства, представленного в приложении 4.

<sup>4</sup> Код элементов знаний и умений из п.1.2. паспорта КОС

## Практическое занятие № 1.

Данная практическая работа предназначена для и оценки знаний и умений студентов по программе учебной дисциплины «математика» основной профессиональной образовательной программы 23.02.02

1.3. Контингент аттестуемых: студенты 2 курса.

1.4. Форма и условия аттестации: практическая работа

1.5. Время выполнения: выполнение 90 мин;

### Раздел 1. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка уровня подготовки	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
75– 100%	5	Отлично
70 –74%	4	Хорошо
55- 69%	3	удовлетворительно
менее 55%	2	неудовлетворительно

1.6. Рекомендуемая литература для разработки оценочных средств и подготовке обучающихся к аттестации.

- <http://www.dynastyfdn.com>
- <http://researcher.ru>
- <http://school-collection.edu.ru>
- <http://mir-predmetov.narod.ru>
- <http://www.edu.ru>
- <http://festival.1september.ru>

*Комплект заданий для  
контрольной работы*

**Тема:- Решение систем линейных уравнений с тремя неизвестными  
методом обратной матрицы**

**Порядок выполнения работы:**

Повторить теоретическую часть.

$$\begin{cases} x - 2y + 4z = 4 \\ 3x + 2y - 3z = 3 \\ x + 2y - z = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y + z = 7 \\ x + y = 4 \\ 2x + y + z = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 8y - 3z = 4 \\ 2x + 3y + z = 7 \\ -x + 3y + 2z = 5 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 5 \\ x + 2y - z = 6 \\ 3x + y + 2z = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x + 8y - z = 7 \\ 2x - 3y + 2z = 9 \\ x + 2y + 3z = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x - y + 2z = -2 \\ 4x + y + 4z = 2 \end{cases}$$
$$\begin{cases} -5x + 4y + 5z = -6 \\ -4x + 6y + 3z = -3 \\ 2x - y - z = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - y + 3z = -3 \\ -x - y + z = -2 \\ 3x + y - 2z = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + z = 5 \\ x - y + 2z = 2 \\ 3x + 5y - 8z = 8 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2x + 6y + 4z = 4 \\ 3x - 2y + z = -6 \\ 2x - z = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 3y + 2z = 4 \\ 2x + 6y + z = 2 \\ 4x + 8y - z = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+4y+9z=31 \\ x+2y-z=-1 \\ 5x+11y=33 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+3y+2z=1 \\ 3x+8y+5z=3 \\ 2x+7y+6z=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2z=5 \\ 3x-5y+2z=7 \\ 4x+5y-z=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+z=7 \\ 2x+y-z=2 \\ x+2y+2z=11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y-z=2 \\ 8x+3y-6z=-4 \\ -4x-y+3z=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-3y+z=2 \\ x-3y-4z=-5 \\ -2x-y=2 \end{cases}$$

## Практическое занятие № 2.

*Данная практическая работа предназначен для и оценки знаний и умений студентов по программе учебной дисциплины «математика» основной профессиональной образовательной программы 23.02.02*

1.7. Контингент аттестуемых: студенты 2 курса.

1.8. Форма и условия аттестации: практическая работа

### 2. Раздел 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

2.1. Время выполнения: выполнение 90 мин;

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка уровня подготовки	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
75– 100%	5	Отлично
70 –74%	4	Хорошо
55- 69%	3	удовлетворительно
менее 55%	2	неудовлетворительно

2.2. Рекомендуемая литература для разработки оценочных средств и подготовке обучающихся к аттестации.

- <http://www.dynastyfdn.com>
- <http://mir-predmetov.narod.ru>
- <http://researcher.ru>
- <http://www.edu.ru>
- <http://school-collection.edu.ru>
- <http://festival.1september.ru>

### 3. ВАРИАНТЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

*Комплект заданий для контрольной работы*

Тема 2.1 Дифференциальное исчисление

*Тема: Решение систем линейных уравнений с тремя неизвестными методом Крамера и методом Гаусса*

**Порядок выполнения работы:**

1. Повторить теоретическую часть.
- 2 Ответить на вопрос:  
алгоритм решения уравнения методом Крамера ,Гаусса;
3. Выполните практическое задание

$$\begin{cases} x - 2y + 4z = 4 \\ 3x + 2y - 3z = 3 \\ x + 2y - z = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 7 \\ x + y = 4 \\ 2x + y + z = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 6y + 4z = 4 \\ 3x - 2y + z = -6 \\ 2x - z = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 5 \\ x + 2y - z = 6 \\ 3x + y + 2z = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 8y - z = 7 \\ 2x - 3y + 2z = 9 \\ x + 2y + 3z = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 8y - 3z = 4 \\ 2x + 3y + z = 7 \\ -x + 3y + 2z = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5x + 4y + 5z = -6 \\ -4x + 6y + 3z = -3 \\ 2x - y - z = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = -3 \\ -x - y + z = -2 \\ 3x + y - 2z = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x - y + 2z = -2 \\ 4x + y + 4z = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 5 \\ x - y + 2z = 2 \\ 3x + 5y - 8z = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y + 2z = 4 \\ 2x + 6y + z = 2 \\ 4x + 8y - z = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y + 9z = 31 \\ x + 2y - z = -1 \\ 5x + 11y = 33 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2z = 5 \\ 3x - 5y + 2z = 7 \\ 4x + 5y - z = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 8x + 3y - 6z = -4 \\ -4x - y + 3z = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y + 2z = 1 \\ 3x + 8y + 5z = 3 \\ 2x + 7y + 6z = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + z = 7 \\ 2x + y - z = 2 \\ x + 2y + 2z = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 3y + z = 2 \\ x - 3y - 4z = -5 \\ -2x - y = 2 \end{cases}$$



### Практическое занятие № 3.

Данная практическая работа предназначен для и оценки знаний и умений студентов по программе учебной дисциплины «математика» основной профессиональной образовательной программы 23.02.02

3.1. **Контингент аттестуемых:** студенты 2 курса.

3.2. **Форма и условия аттестации:** практическая работа

#### 4. Раздел 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

4.1. **Время выполнения:** выполнение 90 мин;

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка уровня подготовки	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
75– 100%	5	Отлично
70 –74%	4	Хорошо
55- 69%	3	удовлетворительно
менее 55%	2	неудовлетворительно

4.2. **Рекомендуемая литература для разработки оценочных средств и подготовке обучающихся к аттестации.**

- <http://www.dynastyfdn.com>
- <http://mir-predmetov.narod.ru>
- <http://researcher.ru>
- <http://www.edu.ru>
- <http://school-collection.edu.ru>
- <http://festival.1september.ru>

**Тема:** Нахождение производных различных функций.

**Цель:** Овладение практическими навыками нахождения производных различных функций.

**Порядок выполнения работы:**

Повторить теоретическую часть.

Сформулировать и записать:

а) определение производной функции;

б) формулы производных функции первого и второго порядков.

3. Выполните практическое задание:

#### Вариант 1

Найти производные заданных функций:

а)  $y = x^2 \cdot \ln x$ ;      б)  $y = \arctg e^x$ ;      в)  $y = \sin^2 \frac{1-x}{1+x}$ .

#### Вариант 2

Найти производные заданных функций:

а)  $y = \frac{3x-7}{x^2+2}$ ;      б)  $y = \sin^2 \operatorname{tg} x$ ;      в)  $y = \frac{1}{6} \ln \frac{x-3}{x+3}$ .

#### Вариант 3

Найти производные заданных функций:

а)  $y = (x^3 + 1) \cdot \cos x$ ;      б)  $y = \ln(1 + \sin^2 x)$ ;      в)  $y = \cos^2 \frac{4x-1}{x^2}$ .

#### Вариант 4

Найти производные заданных функций:

а)  $y = \frac{3 \cos x}{2x+1}$ ;      б)  $y = 4^{\arctg 3x}$ ;      в)  $y = \frac{\ln \cos x}{\ln \sin x}$ .

**Вариант 5**

Найти производные заданных функций:

$$\text{а) } y = x^2 \cdot \operatorname{tg} x; \quad \text{б) } y = \arccos(2e^{2x} - 1); \quad \text{в) } y = \ln \left( \frac{1 + \sin 3x}{1 - \sin 3x} \right).$$

**Вариант 6**

.Найти производные заданных функций:

$$\text{а) } y = \frac{\log_5 x}{5^x}; \quad \text{б) } y = \cos \ln(2x - x^2); \quad \text{в) } y = \ln^2 \frac{x^2}{x^2 - 1}.$$

**Вариант 7**

Найти производные заданных функций:

$$\text{а) } y = \sin x \cdot \ln x; \quad \text{б) } y = e^{x^4 + \cos^2 x}; \quad \text{в) } y = x \cdot \arcsin(3 \ln^2 x).$$

**Вариант 8**

Найти производные заданных функций:

$$\text{а) } y = \frac{6^x}{\cos x}; \quad \text{б) } y = \ln \arcsin(1 - x^2); \quad \text{в) } y = \left( \frac{\sin x}{1 + \cos x} \right)^2.$$

**Вариант 9**

Найти производные заданных функций:

$$\text{а) } y = e^x \cdot (x^3 + 1); \quad \text{б) } y = \ln(1 + \sqrt{x}); \quad \text{в) } y = \sin 3^x \cdot \cos^2 3^x.$$

**Вариант 10**

Найти производные заданных функций:

$$\text{а) } y = \frac{\arcsin x}{x^2}; \quad \text{б) } y = \sin^3(4x^3 + 1); \quad \text{в) } y = \ln \sqrt[3]{\frac{1 + x^3}{1 - x^3}}.$$

**Вариант 11**

.Найти производные заданных функций:

$$\text{а) } y = x \cdot \operatorname{ctg} x; \quad \text{б) } y = \ln \sin 5x; \quad \text{в) } y = 3^{2x} \cdot \operatorname{ctg} \ln x.$$

**Вариант 12**

Найти производные заданных функций:

$$\text{а) } y = \frac{x^2 + 2x}{3 - 4x}; \quad \text{б) } y = \ln \operatorname{tg} x^3; \quad \text{в) } y = \ln \sqrt{\frac{1 - \sin 2x}{1 + \sin 2x}}.$$

**Вариант 13**

.Найти производные заданных функций:

$$\text{а) } y = x^2 \cdot (\sin x + 1); \quad \text{б) } y = \arccos(x^3 + 4^x); \quad \text{в) } y = \ln \sin \frac{x+2}{x}.$$

**Вариант 14**

.Найти производные заданных функций:

$$\text{а) } y = \frac{\arcsin x}{e^x}; \quad \text{б) } y = 2^{\cos 2x}; \quad \text{в) } y = e^{-x^2} \cdot \ln x.$$

**Вариант 15**

Найти производные заданных функций:

$$\text{а) } y = e^x \cdot \operatorname{tg} x; \quad \text{б) } y = \ln \sin \ln x; \quad \text{в) } y = \cos \frac{x}{x+1}.$$

**Вариант 16**

.Найти производные заданных функций:

$$\text{а) } y = \frac{4 \cos x}{\operatorname{tg} x - 2x}; \quad \text{б) } y = 6^{\sin^2 x + 4 \sin x}; \quad \text{в) } y = \ln^2 \frac{x}{x-1}.$$

**Вариант 17**

.Найти производные заданных функций:

a)  $y = x^2 \cdot 3^x$ ;      б)  $y = \sin^3(e^x - x^2)$ ;      в)  $y = \frac{\ln \cos x}{x^2 + 1}$ .

**Вариант 18**

Найти производные заданных функций:

a)  $y = \sqrt{x} \cdot e^x$ ;      б)  $y = \ln^3(x^2 - 2 \ln x)$ ;      в)  $y = \frac{\sin^2 x}{2 + 3 \cos^2 x}$ .

**Вариант 19**

Найти производные заданных функций:

a)  $y = \frac{\ln x}{\sin x}$ ;      б)  $y = \arccos \sqrt{1 - 2^x}$ ;      в)  $y = e^{-x} \cdot \ln \operatorname{tg} x$ .

**Вариант 20**

Найти производные заданных функций:

a)  $y = \frac{\cos x}{e^x}$ ;      б)  $y = \operatorname{tg}^4(x^2 + 1)$ ;      в)  $y = \ln \left( \frac{x^2 + 3}{x^3 + 9x} \right)$ .

## Практическое занятие № 4

Данная практическая работа предназначена для и оценки знаний и умений студентов по программе учебной дисциплины «математика» основной профессиональной образовательной программы 23.02.02

4.3. Контингент аттестуемых: студенты 2 курса.

4.4. Форма и условия аттестации: тест

### 5. Раздел 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

5.1. Время выполнения: выполнение 90 мин;

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка уровня подготовки	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
75– 100%	5	Отлично
70 –74%	4	Хорошо
55- 69%	3	удовлетворительно
менее 55%	2	неудовлетворительно

5.2. Рекомендуемая литература для разработки оценочных средств и подготовке обучающихся к аттестации.

- <http://www.zavuch.info>
- <http://www.dynastyfdn.com>
- <http://researcher.ru>
- <http://www.smartboard.ru>
- <http://school-collection.edu.ru>
- <http://mir-predmetov.narod.ru>
- <http://www.edu.ru>
- <http://festival.1september.ru>

**Тема:** Дифференциальное исчисление функции одного аргумента.

**Цель:** Овладение практическими навыками нахождения производных

**Порядок выполнения работы:**

Повторить теоретическую часть.

Сформулировать и записать:

а) Приращение функции

3. Выполните практическое задание

#### ТЕСТ

Вопрос № 1.

Указать, чему равно приращение функции  $y = x^2$  в точке  $x_0 = 3$ , соответствующее приращению аргумента  $\Delta x = 0,1$ :

а) 0,61; б) 0,39; в) 0,01; г) 0,03.

Вопрос № 2.

Указать, чему равно приращение функции  $y = x^3$  в точке  $x_0 = 2$ , соответствующее приращению аргумента  $\Delta x = 0,1$ :

а) 0,261; б) 0,41; в) 0,001; г) 0,002.

Вопрос № 3.

Указать, чему равно приращение функции  $y = x^4$  в точке  $x_0 = 1$ , соответствующее приращению аргумента  $\Delta x = 0,1$ :

а) 0,1; б) 0,01; в) 0,001; г) 0,0001.

Вопрос № 4.

**Из данных утверждений выбрать то, которое является верным:**

а) функция дифференцируема в точке тогда и только тогда, когда непрерывна в ней; б) если функция непрерывна в точке, то она дифференцируема в ней; в) если функция дифференцируема в точке, то она непрерывна в ней; г) функция непрерывна в точке тогда и только тогда, когда дифференцируема в ней.

Вопрос № 5.

**Из данных утверждений выбрать то, которое является верным:**

а) функция дифференцируема в точке тогда и только тогда, когда непрерывна в ней; б) если функция имеет разрыв в точке, то она не дифференцируема в ней; в) если функция не дифференцируема в точке, то она в ней имеет разрыв; г) функция непрерывна в точке тогда и только тогда, когда дифференцируема в ней.

Вопрос № 6.

**Из данных утверждений выбрать то, которое является верным:**

а) если функция дифференцируема в точке, то она непрерывна в ней; б) если функция определена в точке, то она дифференцируема в ней; в) если функция не дифференцируема в точке, то она в ней имеет разрыв; г) функция непрерывна в точке тогда и только тогда, когда дифференцируема в ней.

Вопрос № 7.

Производная функции  $y = e^{x^2}$  равна:

а)  $y' = e^{x^2}$ ; б)  $y' = 2e^{x^2}$ ; в)  $y' = 2xe^{x^2}$ ; г)  $y' = 2xe^x$ .

Вопрос № 8.

Производная функции  $y = \ln x^2$  равна:

а)  $y' = \frac{1}{x^2}$ ; б)  $y' = \frac{1}{2x}$ ; в)  $y' = \frac{2}{x}$ ; г)  $y' = \frac{2}{x^2}$ .

Вопрос № 9.

Производная функции  $y = \ln^2 x$  равна:

а)  $y' = \frac{1}{x^2}$ ; б)  $y' = 2 \ln x$ ; в)  $y' = \frac{2 \ln x}{x}$ ; г)  $y' = \frac{\ln x}{2x}$ .

Вопрос № 10.

Производная функции  $y = \sin x^2$  равна:

а)  $y' = 2 \sin x \cos x$ ; б)  $y' = 2x \sin x$ ; в)  $y' = 2x + \cos x^2$ ; г)  $y' = 2x \cos x^2$ .

Вопрос № 11.

Производная функции  $y = \sin^2 x$  равна:

а)  $y' = 2 \sin x$ ; б)  $y' = 2 \sin x$ ; в)  $y' = 2 \cos x$ ; г)  $y' = \cos^2 x$ .

Вопрос № 12.

Производная функции  $y = \cos^2 x$  равна:

а)  $y' = 2 \cos x$ ; б)  $y' = -2 \sin x$ ; в)  $y' = -\sin^2 x$ ; г)  $y' = -\sin 2x$ .

Вопрос № 13.

Вторая производная функции  $y = -\frac{1}{x}$  равна:

а)  $y'' = -\frac{1}{x^4}$ ; б)  $y'' = -\frac{6}{x^4}$ ; в)  $y'' = -\frac{3}{x^4}$ ; г)  $y'' = \frac{1}{x^4}$ .

Вопрос № 14.

Вторая производная функции  $y = \frac{1}{e^x}$  равна:

а)  $y'' = -\frac{1}{e^{2x}}$ ; б)  $y'' = \frac{1}{e^x}$ ; в)  $y'' = -\frac{1}{e^x}$ ; г)  $y'' = -\frac{2}{e^x}$ .

Вопрос № 15.

Вторая производная функции  $y = \sin 2x$  равна:

а)  $y'' = 4 \sin 2x$ ; б)  $y'' = -4 \cos 2x$ ; в)  $y'' = -2 \sin 2x$ ; г)  $y'' = -4 \sin 2x$ .

Вопрос № 16.

Вторая производная функции  $y = \ln 2x$  равна:

а)  $y'' = -\frac{1}{x^2}$ ; б)  $y'' = -\frac{2}{x^2}$ ; в)  $y'' = \frac{1}{x^2}$ ; г)  $y'' = \frac{1}{2x^2}$ .

Вопрос № 17.

Вторая производная функции  $y = 2^x$  равна:

а)  $y'' = 2^x \ln 2$ ; б)  $y'' = 2 \cdot 2^x \ln 2$ ; в)  $y'' = 2^x \ln^2 2$ ; г)  $y'' = 2^x \ln 4$ .

Вопрос № 18.

Вторая производная функции  $y = (x - 5)^2$  равна:

а)  $y'' = 2$ ; б)  $y'' = 2x$ ; в)  $y'' = -2$ ; г)  $y'' = -10$ .

Вопрос № 19.

Материальная точка движется по следующему закону, выражающему зависимость пути от времени:

$s(t) = 3t^2 - 4t - 2$ . Какова будет мгновенная скорость этой точки в момент времени  $t_0 = 2$ .

а) 2; б) 4; в) 8; г) 0.

Вопрос № 20.

Материальная точка движется по следующему закону, выражающему зависимость пути от времени:

$s(t) = -2t^2 + 4t - 2$ . Какова будет мгновенная скорость этой точки в момент времени  $t_0 = 1$ .

а) 1; б) 0; в) 2; г) 4.

Вопрос № 21.

Материальная точка движется по следующему закону, выражающему зависимость пути от времени:

$s(t) = -t^2 + 6t - 2$ . Какова будет мгновенная скорость этой точки в момент времени  $t_0 = 3$ .

а) 0; б) 1; в) 2; г) 4.

Вопрос № 22.

Материальная точка движется по следующему закону, выражающему зависимость пути от времени:

$s(t) = -2t^2 + 4t - 2$ . Каково будет ускорение этой точки в момент времени  $t_0 = 1$ .

а) 0; б) 1; в) 2; г) -4.

Вопрос № 23.

Материальная точка движется по следующему закону, выражающему зависимость пути от времени:

$s(t) = 2t^3 + t - 2$ . Каково будет ускорение этой точки в момент времени  $t_0 = 1$ .

а) 0; б) 12; в) 4; г) 6.

Вопрос № 24.

Материальная точка движется по следующему закону, выражающему зависимость пути от времени:

$s(t) = -t^3 + 2t^2 - 2t$ . Каково будет ускорение этой точки в момент времени  $t_0 = 1$ .

а) -4; б) -3; в) -2; г) 0.

Вопрос № 25.

Известно, что для некоторой функции на интервале  $(0; \infty)$  установлены следующие свойства:

$y > 0$ ,  $y' > 0$ ,  $y'' > 0$ . Какая из перечисленных элементарных функций удовлетворяет всем этим условиям:

а)  $y = x^3$ ; б)  $y = \sqrt{x}$ ; в)  $y = \frac{1}{x}$ ; г)  $y = \ln x$ .

Вопрос № 26.

Известно, что для некоторой функции на интервале  $(0; \infty)$  установлены следующие свойства:  
 $y > 0, y' > 0, y'' < 0$ . Какая из перечисленных элементарных функций удовлетворяет всем этим условиям:

а)  $y = x^3$ ; б)  $y = \sqrt{x}$ ; в)  $y = \frac{1}{x}$ ; г)  $y = \ln x$ .

Вопрос № 27.

Известно, что для некоторой функции на интервале  $(0; \infty)$  установлены следующие свойства:  
 $y > 0, y' < 0, y'' > 0$ . Какая из перечисленных элементарных функций удовлетворяет всем этим условиям:

а)  $y = x^3$ ; б)  $y = \sqrt{x}$ ; в)  $y = \frac{1}{x}$ ; г)  $y = \ln x$ .

Вопрос № 28.

Указать, чему равно наибольшее значение функции  $y = \sqrt{x^2 - 1}$  на отрезке  $[1; 3]$ :

а)  $2\sqrt{2}$ ; б)  $\sqrt{2}$ ; в) 4; г) 8.

Вопрос № 29.

Указать, чему равно наибольшее значение функции  $y = \frac{1}{x^2}$  на отрезке  $[1; 3]$ :

а) 1; б) 3; в) 4; г) 6.

Вопрос № 30.

Указать, чему равно наибольшее значение функции  $y = \sin x$  на отрезке  $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ :

а) 0; б)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ; в) 1; г)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Варианты ответов**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
	а	а	г	в	б	а	в	в	в	г	б	г	б	б	г	а	в

18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
а	в	б	а	г	б	в	а	б	в	а	а	в

## Практическое занятие № 5

Данная практическая работа предназначен для и оценки знаний и умений студентов по программе учебной дисциплины «математика» основной профессиональной образовательной программы 23.02.02

5.3. Контингент аттестуемых: студенты 2 курса.

5.4. Форма и условия аттестации: практическая работа

### 6. Раздел 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

6.1. Время выполнения: выполнение 90 мин;

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка уровня подготовки	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
75– 100%	5	Отлично
70 –74%	4	Хорошо
55- 69%	3	удовлетворительно
менее 55%	2	неудовлетворительно

6.2. Рекомендуемая литература для разработки оценочных средств и подготовке обучающихся к аттестации.

- <http://www.dynastyfdn.com>
- <http://researcher.ru>
- <http://school-collection.edu.ru>
- <http://mir-predmetov.narod.ru>
- <http://www.edu.ru>
- <http://festival.1september.ru>

Тема: Производные и дифференциалы высших порядков.

Цель: Овладение практическими навыками нахождения производных

Порядок выполнения работы:

Повторить теоретическую часть.

Сформулировать и записать:

а) формулы производных функции высших порядков. Правило Лопиталя

3. Выполните практическое задание

#### Вариант 1

Найти производную функции  $y = \sin^6(4x^3 - 2)$  и дифференциал второго порядка

Найти производную третьего порядка функции  $y = 3x^4 + \cos 5x$ .

#### Вариант 2

Найти производную функции  $y = \cos^4(6x^2 + 9)$  и дифференциал второго порядка

Найти производную третьего порядка функции  $y = 2x^5 - \sin 3x$ .

#### Вариант 3

Найти производную функции  $y = \operatorname{tg}^5(3x^4 - 13)$  и дифференциал второго порядка

Найти производную третьего порядка функции  $y = 4x^3 - e^{5x}$ .

#### Вариант 4

Найти производную функции  $y = \operatorname{ctg}^4(5x^3 + 6)$  и дифференциал второго порядка

Найти производную третьего порядка функции  $y = 5x^4 - \cos 4x$ .

#### Вариант 5

Найти производную функции  $y = \arcsin^3 7x^2$  и дифференциал второго порядка

Найти производную третьего порядка функции  $y = 4x^4 + \sin 2x$ .

#### Вариант 6



Найти производную функции  $y = \arctg^6 5x^4$  и дифференциал второго порядка

Найти производную третьего порядка функции  $y = 6x^5 + e^{4x}$ .

### **Практическое занятие № 6**

Данная практическая работа предназначен для и оценки знаний и умений студентов по программе учебной дисциплины «математика» основной профессиональной образовательной программы 23.02.02

6.3. Контингент аттестуемых: *студенты 2 курса.*

6.4. Форма и условия аттестации: **практическая работа**

## **7. Раздел 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

7.1. **Время выполнения:** выполнение 90 мин;

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка уровня подготовки	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
75– 100%	5	Отлично
70 –74%	4	Хорошо
55- 69%	3	удовлетворительно
менее 55%	2	неудовлетворительно

7.2. **Рекомендуемая литература** для разработки оценочных средств и подготовке обучающихся к аттестации.

- <http://www.zavuch.info>
- <http://www.dynastyfdn.com>
- <http://researcher.ru>
- <http://www.smartboard.ru>
- <http://school-collection.edu.ru>
- <http://mir-predmetov.narod.ru>
- <http://www.edu.ru>
- <http://festival.1september.ru>

**Тема:** Исследование функций с помощью производной

**Цель:** Исследование функции с помощью производной.

**Порядок выполнения работы**

1. Повторить теоретическую часть.

2. Сформулировать и записать:

Схема проведения полного исследования функции, построение графика функции.

**1. Повторить теоретическую часть. Для построения графика функции  $y = f(x)$  нужно:**

1) найти область определения функции;

2) найти область непрерывности функции и точки разрыва;

- 3) исследовать функцию на чётность, нечётность и периодичность;  
 4) найти точки пересечения графика с осями координат;  
 5) найти асимптоты графика функции;  
 6) найти интервалы возрастания и убывания, экстремумы функции;  
 7) найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба.

Задание по вариантам

<b>Вариант 1</b>	<b>Вариант 2</b>	<b>Вариант 3</b>
$f(x) = x^2 - 2x + 8$	$f(x) = -x^2 + 5x + 4.$	$f(x) = x^4 - 2x^2 - 3.$
<b>Вариант 4</b>	<b>Вариант 5</b>	<b>Вариант 6</b>
$f(x) = -\frac{2x^2}{3} + x + \frac{2}{3}$	$f(x) = \frac{x^2}{4} + \frac{x}{16} + \frac{1}{4}$	$f(x) = -x^3 + 3x - 2.$

### **Практическое занятие № 7**

*Данная практическая работа предназначен для и оценки знаний и умений студентов по программе учебной дисциплины «математика» основной профессиональной образовательной программы 23.02.02*

7.3. **Контингент аттестуемых:** студенты 2 курса.

7.4. **Форма и условия аттестации:** практическая работа

## **8. Раздел 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

8.1. **Время выполнения:** выполнение 90 мин;

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка уровня подготовки	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
75– 100%	5	Отлично
70 –74%	4	Хорошо
55- 69%	3	удовлетворительно
менее 55%	2	неудовлетворительно

8.2. **Рекомендуемая литература для разработки оценочных средств и подготовке обучающихся к аттестации.**

- <http://www.zavuch.info>
- <http://www.dynastyfdn.com>
- <http://researcher.ru>
- <http://www.smartboard.ru>
- <http://school-collection.edu.ru>
- <http://mir-predmetov.narod.ru>
- <http://www.edu.ru>
- <http://festival.1september.ru>

**Тема:** Исследование функции содержащей различные виды асимптот

**Цель:** Овладение практическими навыками полного исследования функции и построения графиков функции.

**Порядок выполнения работы**

1. Повторить теоретическую часть.

2. Сформулировать и записать:

Схема проведения полного исследования функции, построение графика функции.

Пример выполнения задания  $y = \frac{(x+1)^2}{x^2 + 2x}$

1) Находим область определения функции:  $D(y) = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2x \neq 0\} = (-\infty, -2) \cup (-2, 0) \cup (0, +\infty)$ .

2) Поскольку данная функция является элементарной, то областью её непрерывности является область определения  $D(y)$ , а точками разрыва являются точки  $x = -2$  и  $x = 0$ , не принадлежащие множеству  $D(y)$ , но являющиеся предельными точками этого множества (точками в любой окрестности которых содержатся точки данного множества). Исследуем характер разрыва в точках  $x = -2$  и  $x = 0$ , вычислив в них односторонние пределы функции:

$$\lim_{x \rightarrow -2-0} \frac{(x+1)^2}{x^2 + 2x} = \frac{1}{(-2) \cdot (-0)} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -2+0} \frac{(x+1)^2}{x^2 + 2x} = \frac{1}{(-2) \cdot (+0)} = -\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0-0} \frac{(x+1)^2}{x^2 + 2x} = \frac{1}{(-0) \cdot 2} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{(x+1)^2}{x^2 + 2x} = \frac{1}{(+0) \cdot 2} = +\infty.$$

Так как односторонние пределы функции в точках  $x = -2$  и  $x = 0$  - бесконечные, то данные точки являются точками бесконечного разрыва.

3) Функция не является периодической.

**Функция  $y = f(x)$ , в аналитическое выражение которой входит хотя бы одна непериодическая функция периодической не является.**

Проверяем является ли функция чётной или нечётной. Так как область определения функции  $D(y) = (-\infty, -2) \cup (-2, 0) \cup (0, +\infty)$  не симметрична относительно точки  $x = 0$ , то данная функция – общего вида.

4) Находим точки пересечения графика с осями координат.

Так как  $x = 0 \notin D(y)$ , то точек пересечения графика с осью  $Oy$  нет.

Положим  $y = 0$  и решим уравнение  $y = \frac{(x+1)^2}{x^2 + 2x} = 0$ . Его решением является  $x = -1$ . Следовательно, точка  $(-1, 0)$  - точка пересечения графика с осью  $Ox$ .

5) Находим вертикальные и наклонные асимптоты графика функции.

**Прямая  $x = x_0$  является вертикальной асимптотой, тогда и только тогда, когда  $x_0$  является точкой бесконечного разрыва функции  $y = f(x)$ .**

Так как точки  $x = -2$  и  $x = 0$  - точки бесконечного разрыва данной функции, то вертикальными асимптотами графика функции являются прямые  $x = -2$  и  $x = 0$ .

**Прямая  $y = kx + b$  является наклонной асимптотой графика функции  $y = f(x)$  при  $x \rightarrow \pm\infty$  тогда и только тогда, когда одновременно существуют конечные пределы:  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = k$  и**

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - kx) = b.$$

Вычисляем сначала пределы при  $x \rightarrow -\infty$ :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x+1)^2}{(x^2+2x)x} = 0 = k_1, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - k_1x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x+1)^2}{x^2+2x} = 1 = b_1.$$

Следовательно  $y = k_1x + b_1 = 0 \cdot x + 1$ , т.е.  $y = 1$  - наклонная (горизонтальная) асимптота графика функции при  $x \rightarrow -\infty$ .

Аналогично вычисляем пределы при  $x \rightarrow +\infty$ :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)^2}{(x^2+2x)x} = 0 = k_2$ ,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - k_2x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)^2}{x^2+2x} = 1 = b_2$$

Следовательно  $y = k_2x + b_2 = 0 \cdot x + 1$ , т.е.  $y = 1$  - наклонная (горизонтальная) асимптота графика функции при  $x \rightarrow +\infty$ .

**6)** Определяем интервалы возрастания, убывания, экстремумы функции. Для этого находим первую производную функции:

$$y' = \left( \frac{(x+1)^2}{x^2+2x} \right)' = \frac{\left( (x+1)^2 \right)' \cdot (x^2+2x) - (x+1)^2 (x^2+2x)'}{(x^2+2x)^2} = \frac{2(x+1)(x^2+2x) - (x+1)^2(2x+2)}{(x^2+2x)^2} = -\frac{2(x+1)}{(x^2+2x)^2}$$

и определяем критические точки функции  $y = f(x)$ , т.е. точки  $x_i \in D(y)$  в которых  $f'(x_i) = 0$  или  $f'(x_i)$  не существует:

$$y' = -\frac{2(x+1)}{(x^2+2x)^2} = 0 \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1 \in D(y);$$

$y'$  не существует при  $x^2+2x=0 \Rightarrow x=0 \notin D(y)$  и  $x=-2 \notin D(y)$ .

Единственной критической (стационарной) точкой функции  $y = f(x)$  является точка  $x_1 = -1$ .

Исследуем знак производной  $y' = f'(x)$  в интервалах, на которые критические точки функции  $y = f(x)$  разбивают её область определения  $D(y)$ , и найдём интервалы возрастания, убывания, экстремумы функции. Результаты исследования представим следующей таблицей:

$x$	$(-\infty, -2)$	$(-2, -1)$	$-1$	$(-1, 0)$	$(0, \infty)$
$y'$	$+$	$+$	$0$	$-$	$-$
$y$	возрастает	возрастает	$0$	убывает	убывает

Так как при переходе слева направо через точку  $x = -1$  производная  $f'(x)$  меняет знак с «+» на «-», то точка  $x = -1$  является точкой локального максимума и  $y_{\max} = y(-1) = 0$ .

**7)** Определяем интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба графика функции. Для этого находим вторую производную функции:

$$y'' = (y')' = \left( -\frac{2(x+1)}{(x^2+2x)^2} \right)' = -2 \left( \frac{(x+1)'(x^2+2x)^2 - (x+1)((x^2+2x)^2)'}{(x^2+2x)^4} \right) = -2 \left( \frac{1 \cdot (x^2+2x)^2 - (x+1) \cdot 2 \cdot (x^2+2x)(2x+2)}{(x^2+2x)^4} \right) = \frac{2(3x^2+6x+4)}{(x^2+2x)^3}$$

и определяем точки возможного перегиба  $y = f(x)$ , т.е. точки  $x_i \in D(y)$  в которых  $f''(x_i) = 0$  или  $f''(x_i)$  не

существует:  $y'' = \frac{2(3x^2+6x+4)}{(x^2+2x)^3} \neq 0$ , так как  $3x^2+6x+4 \neq 0$  (квадратное уравнение не имеет

действительных корней);  $y''$  не существует при  $x^2+2x=0 \Rightarrow x=0 \notin D(y)$  и  $x=-2 \notin D(y)$ .

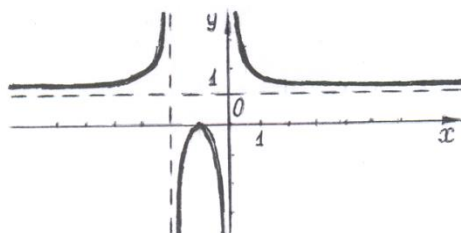
Таким образом, функция  $y = f(x)$  не имеет точек возможного перегиба.

Исследуем знак второй производной  $y'' = f''(x)$  в интервалах, на которые точки возможного перегиба функции  $y = f(x)$  разбивают её область определения  $D(y)$ , и найдём интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба графика функции. Результаты исследования представим таблицей:

$x$	$(-\infty, -2)$	$(-2, 0)$	$(0, +\infty)$
$y''$	+	-	+
$y$	график вогнутый	график выпуклый	график вогнутый

Точек перегиба нет.

8) На основании полученных результатов строим график функции



Варианты заданий

**Вариант1**

$$y = \frac{x^2 - x - 6}{x - 2}$$

**Вариант2**

$$y = \frac{4x - 12}{(x - 2)^2}$$

**Вариант3**

$$y = \frac{x}{x^2 - 4}$$

**Вариант4**

$$y = \frac{x^3}{x^4 - 1}$$

**Вариант5**

$$y = \frac{x^3 - 3x}{x^2 - 1}$$

**Вариант6**

$$y = \frac{x^3}{2(x - 1)^2}$$

**Вариант7**

$$y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2}$$

**Вариант8**

$$y = x^2 + \frac{16}{x} - 16$$

**Вариант9**

$$y = 4 - x - \frac{4}{x^2}$$

## Практическое занятие № 8

Данная практическая работа предназначен для и оценки знаний и умений студентов по программе учебной дисциплины «математика» основной профессиональной образовательной программы 23.02.02

8.3. Контингент аттестуемых: студенты 2 курса.

8.4. Форма и условия аттестации: практическая работа

### 9. Раздел 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

9.1. Время выполнения: выполнение 90 мин;

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка уровня подготовки	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
75– 100%	5	Отлично
70 –74%	4	Хорошо
55- 69%	3	удовлетворительно
менее 55%	2	неудовлетворительно

9.2. Рекомендуемая литература для разработки оценочных средств и подготовке обучающихся к аттестации.

- <http://www.zavuch.info>
- <http://www.dynastyfdn.com>
- <http://researcher.ru>
- <http://www.smartboard.ru>
- <http://school-collection.edu.ru>
- <http://mir-predmetov.narod.ru>
- <http://www.edu.ru>
- <http://festival.1september.ru>

Время выполнения 90 минут

**Тема:** Интегрирование функций. Вычисление неопределенных интегралов. Методы интегрирования заменой переменной и «по частям».

**Цель:** Приобретение практических навыков вычисления

**Порядок выполнения работы:**

Повторить теоретическую часть.

Запишите:

а) основные формулы вычисления интеграла;

б) формула интегрирования по частям;

в) таблицу интегралов

3. Выполните практическое задание

**Пример 1.** Найти  $\int \sqrt{(7x-3)^3} dx$ .

**Решение.** Так как  $\int \sqrt{x^3} dx = \int x^{\frac{3}{2}} dx = \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + C = \frac{2}{5} \sqrt{x^5} + C$ , то по формуле (2), получим

$$\int \sqrt{(7x-3)^3} dx = \int (7x-3)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{7} \cdot d(7x-3) = \frac{1}{7} \cdot \frac{2}{5} \sqrt{(7x-3)^5} + C = \frac{2}{35} \sqrt{(7x-3)^5} + C.$$

**Пример 2.** Найти  $\int \frac{\sqrt{\ln x} dx}{x}$ .

Решение. Применяем метод замены:

$$\int \frac{\sqrt{\ln x} dx}{x} = \left| \begin{array}{l} t = \ln x \\ dt = \frac{1}{x} dx \end{array} \right| = \int t^{1/2} dt = \frac{t^{3/2}}{3/2} + C = \frac{(\ln x)^{3/2}}{3/2} + C = \frac{2}{3} \sqrt{\ln^3 x} + C.$$

**Пример 3.** Найти  $\int \operatorname{arctg} x dx$ .

Решение. Применим метод интегрирования по частям. Положим

$$u = \operatorname{arctg} x, \quad dv = dx, \quad \text{тогда } du = \frac{dx}{1+x^2}, \quad v = x.$$

Используя формулу (3), имеем

$$\int \operatorname{arctg} x dx = x \operatorname{arctg} x - \int \frac{x dx}{1+x^2} = x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \int \frac{d(1+x^2)}{1+x^2} = x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C.$$

#### Вариант 1

a)  $\int \left( \sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx;$       б)  $\int \frac{\sin x}{1+3\cos x} dx;$       в)  $\int x^3 \ln x dx.$

#### Вариант 2

a)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-\sin^2 x}{\sin^2 x} dx;$       б)  $\int \frac{x^3 dx}{(x^4+1)^3};$       в)  $\int (x-1)e^x dx.$

#### Вариант 3

a)  $\int \left( x^2 + 2x + \frac{1}{x} \right) dx;$       б)  $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx;$       в)  $\int x \operatorname{arctg} x dx.$

#### Вариант 4

a)  $\int \frac{(x-4)(x+6)}{x^2} dx;$       б)  $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1+2\cos x}};$  в)  $\int \ln(5x-1) dx$

#### Вариант 5

a)  $\int \left( x^3 - \frac{1}{\sqrt[4]{x}} + \frac{1}{x^2-4} \right) dx;$       б)  $\int \frac{e^{4x}}{5+2e^{4x}} dx;$       в)  $\int \operatorname{arctg} 2x dx.$

#### Вариант 6

a)  $\int \frac{x^3 + x \sin x}{x} dx;$       б)  $\int \frac{x^2 dx}{(x^3-1)^3};$       в)  $\int \sqrt{x} \ln x dx.$

#### Вариант 7

a)  $\int \left( e^x + \frac{2}{\sqrt[3]{x}} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \right) dx;$       б)  $\int x \cos(x^2-4) dx;$       в)  $\int x \cdot 2^{-x} dx.$

#### Вариант 8

a)  $\int \frac{x^2(x-2)}{x^3} dx;$       б)  $\int \frac{dx}{\arcsin x \cdot \sqrt{1-x^2}};$       в)  $\int x \cos 3x dx.$

**Вариант 9**

$$\text{a) } \int \left( x^5 - \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} + \frac{1}{x^2 + 16} \right) dx; \quad \text{б) } \int \frac{e^x dx}{\cos^2 e^x}; \quad \text{в) } \int \ln 4x dx.$$

**Вариант 10**

$$\text{a) } \int \frac{\sqrt{x + xe^x}}{x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\sin 3x}{\sqrt{\cos 3x - 4}} dx; \quad \text{в) } \int x \sin 4x dx.$$

**Вариант 11**

$$\text{a) } \int \left( \cos x - \frac{1}{\sqrt{36 - x^2}} \right) dx; \quad \text{б) } \int x^2 \sqrt{1 + x^3} dx; \quad \text{в) } \int xe^{2x} dx.$$

**Вариант 12**

$$\text{a) } \int \frac{(x-3)(x+2)}{x^2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\arcsin^3 x}{\sqrt{1-x^2}} dx; \quad \text{в) } \int x \cos 6x dx.$$

**Вариант 13**

$$\text{a) } \int \left( x - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2 - 25} \right) dx; \quad \text{б) } \int \frac{e^x}{\sqrt{1 - e^{2x}}} dx; \quad \text{в) } \int \arccos 2x dx.$$

**Вариант 14**

$$\text{a) } \int \frac{3x^4 + x^2 \cos x}{x^2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 + 1} dx; \quad \text{в) } \int x \sin x dx.$$

**Вариант 15**

$$\text{a) } \int \left( \sin x + \frac{1}{\sqrt{49 - x^2}} \right) dx; \quad \text{б) } \int (4x^3 + 3)e^{x^4 + 3x} dx; \quad \text{в) } \int x \cdot 3^{x+4} dx.$$

**Вариант 16**

$$\text{a) } \int \frac{(x+3)(x+6)}{x^2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\cos \ln x}{x} dx; \quad \text{в) } \int (4-3x)e^x dx$$

**Вариант 17**

$$\text{a) } \int \left( x^4 - \frac{1}{\sqrt[4]{x}} + \frac{1}{x^2 - 1} \right) dx; \quad \text{б) } \int \sin x \cdot e^{\cos x} dx; \quad \text{в) } \int x^5 \ln x dx.$$

**Вариант 18**

$$\text{a) } \int \frac{3\sqrt{x} - 5xe^x}{x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}} dx; \quad \text{в) } \int x \cdot 4^{-x} dx.$$

**Вариант 19**

$$\text{a) } \int \left( \sin x - \frac{1}{\sqrt{81 - x^2}} \right) dx; \quad \text{б) } \int \frac{4x^3 + 6x}{x^4 + 3x^2 - 1} dx; \quad \text{в) } \int \operatorname{arctg} 5x dx.$$

**Вариант 20:**

$$\text{a) } \int \frac{(x-5)(x+1)}{x^2} dx; \quad \text{б) } \int e^x \sin e^x dx; \quad \text{в) } \int \ln 7x dx.$$



### Практическое занятие № 9

Данная практическая работа предназначен для и оценки знаний и умений студентов по программе учебной дисциплины «математика» основной профессиональной образовательной программы 23.02.02

9.3. Контингент аттестуемых: студенты 2 курса.

9.4. Форма и условия аттестации: практическая работа

### 10. Раздел 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

10.1. **Время выполнения:** выполнение 90 мин;

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка уровня подготовки	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
75– 100%	5	Отлично
70 –74%	4	Хорошо
55- 69%	3	удовлетворительно
менее 55%	2	неудовлетворительно

10.2. Рекомендуемая литература для разработки оценочных средств и подготовке обучающихся к аттестации.

- <http://www.zavuch.info>
- <http://www.dynastyfdn.com>
- <http://researcher.ru>
- <http://www.smartboard.ru>
- <http://school-collection.edu.ru>
- <http://mir-predmetov.narod.ru>
- <http://www.edu.ru>
- <http://festival.1september.ru>

**Время выполнения 90 минут**

**Тема:** Интегрирование функций . Тригонометрическая подстановка Интегрирование рациональных, иррациональных, дробей

**Цель:** Приобретение практических навыков вычисления

**Порядок выполнения работы:**

Повторить теоретическую часть.

Запишите:

а) основные формулы вычисления интеграла;

б) формула интегрирования по частям;

в) таблицу интегралов

3. Выполните практическое задание

## Интегрирование тригонометрических функций

Интегралы вида

$$\int \sin^m x \cdot \cos^n x \cdot dx ,$$

где  $m$  и  $n$  - целые числа, вычисляются с помощью искусственных преобразований или применения формул понижения.

Рассмотрим несколько конкретных примеров.

$$\int \cos^5 x \cdot dx = \int \cos^4 x \cdot \cos x \cdot dx = \int (1 - \sin^2 x)^2 \cdot d(\sin x) = |\sin x = t| = \int (1 - t^2)^2 \cdot dt =$$

$$= \int (1 - 2t^2 + t^4) dt = t - 2\frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{5} + C = \sin x - 2\frac{\sin^3 x}{3} + \frac{\sin^5 x}{5} + C.$$

$$\int \sin^6 x \cdot dx = \int (\sin^2 x)^3 dx = \int (\sin^2 x)^3 dx = \int \left(\frac{1 - \cos 2x}{2}\right)^3 dx =$$

$$= \frac{1}{8} \int (1 - 3\cos 2x + 3\cos^2 2x + \cos^3 2x) dx =$$

$$= \frac{1}{8} \int \left(1 - 3\cos 2x + 3\frac{1 + \cos 4x}{2} + (1 - \sin^2 2x)\cos 2x\right) dx$$

$$= \frac{1}{8} \left( x - 3\frac{\sin 2x}{2} + \frac{3}{2} \left( x + \frac{\sin 4x}{4} \right) + \frac{1}{2} \left( \sin 2x - \frac{\sin^3 x}{3} \right) \right) + C.$$

Из приведенных примеров видно, что в случае, когда одна из степеней нечётная, удобно вводить новую переменную. Если же обе степени – четные, то удобно (возможно неоднократно) понижать степени, используя тригонометрические формулы.

Следующие интегралы вычисляются с помощью формул:

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)).$$

Рассмотрим конкретный пример.

$$\int \sin 5x \cdot \cos x \cdot dx = \frac{1}{2} \int (\sin(5x - x) + \sin(5x + x)) \cdot dx =$$

$$= \frac{1}{2} \int (\sin 4x + \sin 6x) \cdot dx = \frac{1}{2} \left( \frac{-\cos 4x}{4} + \frac{-\cos 6x}{6} \right) + C.$$

Двукратным применением формул решаются нижеследующие интегралы.

$$\int \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x \cdot dx, \quad \int \sin x \cdot \sin \frac{x}{2} \cdot \sin \frac{x}{3} \cdot dx.$$

**Примеры:**

$$\int \frac{dx}{\cos x}$$

$$\int \frac{\sin^3 x dx}{2 + \cos x}$$

$$\int \frac{dx}{1 + \sin^2 x}$$

$$\int \sin^2 \frac{x}{3} dx$$

$$\int \frac{dx}{\sin x \cos^3 x} \quad \int \sin^3 x \cos^4 x dx \quad \int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^4 x} \quad \int \operatorname{tg}^5 x dx$$

### Практическое занятие № 10

Данная практическая работа предназначен для и оценки знаний и умений студентов по программе учебной дисциплины «математика» основной профессиональной образовательной программы 23.02.02

10.3. **Контингент аттестуемых:** студенты 2 курса.

10.4. **Форма и условия аттестации:** практическая работа

### 11. Раздел 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

11.1. **Время выполнения:** выполнение 90 мин;

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка уровня подготовки	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
75– 100%	5	Отлично
70 –74%	4	Хорошо
55- 69%	3	удовлетворительно
менее 55%	2	неудовлетворительно

11.2. **Рекомендуемая литература для разработки оценочных средств и подготовке обучающихся к аттестации.**

- <http://www.zavuch.info>
- <http://www.dynastyfdn.com>
- <http://researcher.ru>
- <http://www.smartboard.ru>
- <http://school-collection.edu.ru>
- <http://mir-predmetov.narod.ru>
- <http://www.edu.ru>
- <http://festival.1september.ru>

**Тема:** Универсальная тригонометрическая подстановка

**Цель:** Приобретение практических навыков вычисления

**Порядок выполнения работы:**

Повторить теоретическую часть.

Запишите:

- а) основные формулы вычисления интеграла;
  - б) формула интегрирования по частям;
  - в) таблицу интегралов
3. Выполните практическое задание

## Интегрирование с помощью универсальной тригонометрической подстановки

Вычисление интегралов вида

$$\int R(\sin x, \cos x) dx,$$

где  $R$  - рациональная функция, в общем виде приводится к интегрированию рациональных функций с помощью универсальной тригонометрической подстановки

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t.$$

$$\int \frac{dx}{2 \sin x - \cos x + 5} =$$

(выразим подинтегральную функцию и дифференциал через функцию и дифференциал  $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ )

$$\begin{aligned} &= \int \frac{dx}{2(2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}) - (\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}) + 5(\sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2})} = \\ &= \int \frac{1}{6 \sin^2 \frac{x}{2} + 4 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + 4 \cos^2 \frac{x}{2}} \cdot \frac{\frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}} dx}{\frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}}} = \int \frac{2d\left(\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right)}{6 \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} + 4 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 4} = \end{aligned}$$

(всё подготовлено к выполнению универсальной тригонометрической подстановки  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$ )

$$\begin{aligned} &= \int \frac{2dt}{6t^2 + 4t + 4} = \int \frac{dt}{3t^2 + 2t + 2} = \int \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} d\left(\sqrt{3}t + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)}{\left(\sqrt{3}t + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{5}{3}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{5}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}t + \frac{1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{\frac{5}{3}}} + C = \frac{1}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{3 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1}{\sqrt{5}} + C. \end{aligned}$$

Разберем на конкретном примере ещё один тип интегралов.

$$\int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + 2 \cos x} dx = \int \frac{a(\sin x + 2 \cos x) + b(\cos x - 2 \sin x)}{\sin x + 2 \cos x} dx =$$

(найдем неопределенные коэффициенты из системы уравнений:

$$\begin{cases} \sin x | 1 = a - 2b \\ \cos x | -1 = 2a + b \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{5} \\ b = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

и получим два простых интеграла)

$$\begin{aligned}
&= \int \frac{-\frac{1}{5}(\sin x + 2 \cos x)}{\sin x + 2 \cos x} dx + \int \frac{-\frac{3}{5}(\cos x - 2 \sin x)}{\sin x + 2 \cos x} dx = \\
&= -\frac{1}{5} \int dx - \frac{3}{5} \int \frac{d(\sin x + 2 \cos x)}{\sin x + 2 \cos x} = -\frac{1}{5} x - \frac{3}{5} \ln|\sin x + 2 \cos x| + C
\end{aligned}$$

**Вариант 1**

$$\int \frac{\sin x}{\sin x - 3 \cos x} dx,$$

$$\int \frac{dx}{3 + 5 \operatorname{ctg} x},$$

**Вариант 2**

$$\int \frac{\sin x + 2 \cos x - 3}{\sin x - 2 \cos x + 3} dx,$$

$$\int \frac{2 \sin x + \cos x}{3 \sin x + 4 \cos x - 2} dx.$$

**Вариант 3**

$$\int \frac{\sin^2 x}{\sin x + 2 \cos x} dx,$$

$$\int \frac{dx}{1 + \frac{1}{2} \cos x},$$

**Вариант 4**

$$\int \frac{dx}{\sin^4 x + \cos^4 x},$$

$$\int \frac{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}{\sin^8 x + \cos^8 x} dx,$$

**Вариант 5**

$$\int \frac{\sin x \cdot \cos x}{1 + \sin^4 x} dx,$$

$$\int \frac{dx}{\sin^6 x + \cos^6 x}.$$

**Вариант 6**

$$\int \frac{1}{\sin^3 x} dx,$$

$$\int \frac{1}{\sin^4 x \cdot \cos^4 x} dx,$$

### **Практическое занятие № 11**

Данная практическая работа предназначен для и оценки знаний и умений студентов по программе учебной дисциплины «математика» основной профессиональной образовательной программы 23.02.02

11.3. Контингент аттестуемых: *студенты 2 курса.*

11.4. Форма и условия аттестации: **практическая работа**

### **12. Раздел 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

12.1. **Время выполнения:** выполнение 90 мин;

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка уровня подготовки	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
75– 100%	5	Отлично
70 –74%	4	Хорошо
55- 69%	3	удовлетворительно
менее 55%	2	неудовлетворительно

12.2. **Рекомендуемая литература для разработки оценочных средств и подготовке обучающихся к аттестации.**

- <http://www.zavuch.info>
- <http://www.dynastyfdn.com>
- <http://researcher.ru>
- <http://www.smartboard.ru>
- <http://school-collection.edu.ru>
- <http://mir-predmetov.narod.ru>
- <http://www.edu.ru>
- <http://festival.1september.ru>

**Тема:** Методы интегрирования неопределенных коэффициентов.

**Цель:** Приобретение практических навыков вычисления

**Порядок выполнения работы:**

1. Повторить теоретическую часть.
2. Запишите:
  - а) основные формулы вычисления интеграла;
  - б) формула разложения на множители;
  - в) таблицу интегралов
3. Выполните практическое задание

**Пример 1.** Найти  $\int \frac{2x^2 - 5x + 8}{(x^2 + 2)(x + 1)} dx$ .

**Р е ш е н и е.** Подынтегральная рациональная дробь является правильной и она разлагается на элементарные дроби вида (4):

$$\frac{2x^2 - 5x + 8}{(x^2 + 2)(x + 1)} = \frac{Mx + N}{x^2 + 2} + \frac{A}{x + 1}.$$

Освобождаясь от знаменателей в обеих частях этого равенства и приравнявая числители, получаем тождество для вычисления неопределенных коэффициентов  $M$ ,  $N$  и  $A$ :

$$2x^2 - 5x + 8 = Mx(x + 1) + N(x + 1) + Ax^2 + 2A.$$

Составим систему трех уравнений с тремя неизвестными, приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях  $x$  в обеих частях тождества:

$$\begin{cases} 2 = M + A \\ -5 = M + N \\ 8 = N + 2A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 5 \\ M = -3 \\ N = -2 \end{cases}$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} \int \frac{2x^2 - 5x + 8}{(x^2 + 2)(x + 1)} dx &= \int \left( \frac{-3x - 2}{x^2 + 2} + \frac{5}{x + 1} \right) dx = -3 \int \frac{xdx}{x^2 + 2} - 2 \int \frac{dx}{x^2 + 2} + 5 \int \frac{dx}{x + 1} = \\ &= -\frac{3}{2} \ln(x^2 + 2) - \sqrt{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}} + 5 \ln|x + 1| + C. \end{aligned}$$

**Пример 2.**  $\int \frac{x^{10} dx}{x^2 + x - 2}$

Представим рациональную дробь  $\frac{x^{10}}{x^2 + x + 2}$ , являющуюся подынтегральной функцией, в виде суммы многочлена и правильной рациональной дроби:

$$\frac{x^{10}}{x^2 + x - 2} = x^8 - x^7 + 3x^6 - 5x^5 + 11x^4 - 21x^3 + 43x^2 - 85x + 171 + \frac{-341x + 342}{x^2 + x - 2}$$

Затем разложим получившуюся правильную дробь на сумму элементарных дробей, знаменатели которых есть сомножители получившейся правильной дроби, а числители имеют степень на единицу меньше степени знаменателя и содержат неопределенные коэффициенты.

$$\frac{-341x + 342}{x^2 + x - 2} = \frac{-341x + 342}{(x + 2)(x - 1)} = \frac{a}{x + 2} + \frac{c}{x - 1} = \frac{a(x - 1) + c(x + 2)}{(x + 2)(x - 1)} = \frac{(a + c)x + (-a + 2c)}{(x + 2)(x - 1)}.$$

Т.о.  $\frac{-341x + 342}{x^2 + x - 2} = \frac{(a + c)x + (-a + 2c)}{(x + 2)(x - 1)}.$

Сравнивая числители двух разных представлений одной и той же дроби, точнее говоря, сравнивая коэффициенты при неизвестной в разных её степенях, получаем систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными:  $a$  и  $b$ .

$$\begin{array}{l} x^1 \\ x^0 \end{array} \left| \begin{array}{l} -341 = a + c \\ 342 = -a + 2c \end{array} \right. \text{Получили систему } \begin{cases} a + c = -341 \\ -a + 2c = 342 \end{cases}. \text{ Её решение есть } \begin{cases} a = -\frac{1024}{3} \\ c = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Вычислить значения коэффициентов можно и другим способом. Присмотримся к уравнению

$$-341x + 342 = a(x-1) + c(x+2)$$

Подставляя в него  $x = 1$ , получаем  $-341 \cdot 1 + 342 = a(1-1) + c(1+2)$ , или  $1 = 3c$ .

При  $x = -2$  получаем  $-341 \cdot (-2) + 342 = a(-2-1) + c(-2+2)$ , или  $1024 = -3a$ .

$$\begin{aligned} \text{Т.о. имеем } \int \frac{x^{10} dx}{x^2 + x - 2} &= \\ &= \int (x^8 - x^7 + 3x^6 - 5x^5 + 11x^4 - 21x^3 + 43x^2 - 85x + 171 + \frac{-1024/3}{x+2} + \frac{1/3}{x-1}) dx = \\ &= \frac{x^9}{9} - \frac{x^8}{8} + 3\frac{x^7}{7} - 5\frac{x^6}{6} + 11\frac{x^5}{5} - 21\frac{x^4}{4} + 43\frac{x^3}{3} - 85\frac{x^2}{2} + 171x + \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-1}{(x+2)^{1024}} \right| + C. \end{aligned}$$

Аналогично решаются нижеследующие интегралы. (для тренировки)

$$\begin{array}{ll} \int \frac{x dx}{(x+1)(x+2)(x+3)}, & \int \frac{x^4 dx}{x^4 + 5x^2 + 4}, \\ \int \frac{x^2 + 1}{(x+1)^2(x-1)} dx, & \int \frac{dx}{(x^2 - 4x + 4)(x^2 - 4x + 5)}, \\ \int \frac{x dx}{x^3 - 1}, & \int \frac{dx}{x^4 + x^2 + 1}. \end{array}$$

I. Найти неопределенные интегралы.

- метод неопределенных коэффициентов
- интегрирования по частям

Вариант 1	$\int \frac{(x+18)dx}{x^2 - 4x - 12}; \int (3-x)\cos x dx;$	Вариант 6	$\int \frac{(5x+6)dx}{x^2 + 4x - 12}; \int x \sin 5x dx;$
Вариант 2	$\int \frac{(x+4)dx}{x^2 - 2x - 8}; \int x \ln(1-3x) dx;$	Вариант 7	$\int \frac{(5x-7)dx}{x^2 - x - 20}; \int (2x+5) \sin x dx;$
Вариант 3	$\int \frac{(x+23)dx}{x^2 + x - 20}; \int x e^{-7x} dx;$	Вариант 8	$\int \frac{5x dx}{x^2 + x - 6}; \int \frac{\ln x dx}{\sqrt{x}};$
Вариант 4	$\int \frac{(x+12)dx}{x^2 - x - 6}; \int \arctg 4x dx;$	Вариант 9	$\int \frac{(5x+2)dx}{x^2 + 2x - 8}; \int \arcsin\left(\frac{x}{3}\right) dx;$
Вариант 5	$\int \frac{(x+19)dx}{x^2 - 2x - 15}; \int \sqrt{x^3} \ln x dx;$	Вариант 10	$\int \frac{5x+1}{x^2 + 2x - 15} dx; \int x e^{3x} dx$



## Практическое занятие № 12

Данная практическая работа предназначен для и оценки знаний и умений студентов по программе учебной дисциплины «математика» основной профессиональной образовательной программы 23.02.02

12.3. Контингент аттестуемых: студенты 2 курса.

12.4. Форма и условия аттестации: практическая работа

### 13. Раздел 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

13.1. Время выполнения: выполнение 90 мин;

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка уровня подготовки	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
75– 100%	5	Отлично
70 –74%	4	Хорошо
55- 69%	3	удовлетворительно
менее 55%	2	неудовлетворительно

13.2. Рекомендуемая литература для разработки оценочных средств и подготовке обучающихся к аттестации.

- <http://www.zavuch.info>
- <http://www.dynastyfdn.com>
- <http://researcher.ru>
- <http://www.smartboard.ru>
- <http://school-collection.edu.ru>
- <http://mir-predmetov.narod.ru>
- <http://www.edu.ru>
- <http://festival.1september.ru>

**Тема:** Методы интегрирования в определённом интеграле.

**Цель:** : Приобретение практических навыков вычисления.

Геометрический смысл определенного интеграла. Приложения определенного интеграла: вычисление площадей фигур, объемов, длин дуги, площади поверхности вращения. Решение физических и технических задач: вычисление работы, производимой силой; вычисление пути, пройденного материальной точкой.

$$1. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{(\cos x - \sin x)^3} dx;$$

$$2. \int_0^1 \frac{x^3 + 1}{(x^4 + 4x + 2)^2} dx;$$

$$3. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2 \operatorname{tg} x}{\cos^2 x} dx;$$

$$4. \int_1^e \frac{1 + \ln^3 x}{x} dx;$$

$$5. \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} dx;$$

$$6. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x + x \cos x}{(x \sin x)^3} dx;$$

$$7. \int_0^1 \frac{2 \operatorname{arctg} x + x}{1+x^2} dx;$$

$$8. \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{2 \operatorname{arcsin} x + x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$9. \int_0^1 x e^{-x} dx;$$

$$10. \int_1^e \ln^2 x dx.$$

### Практическое занятие № 13

Данная практическая работа предназначен для и оценки знаний и умений студентов по программе учебной дисциплины «математика» основной профессиональной образовательной программы 23.02.02

13.3. **Контингент аттестуемых:** студенты 2 курса.

13.4. **Форма и условия аттестации:** практическая работа

#### 14. Раздел 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

14.1. **Время выполнения:** выполнение 90 мин;

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка уровня подготовки	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
75– 100%	5	Отлично
70 –74%	4	Хорошо
55- 69%	3	удовлетворительно
менее 55%	2	неудовлетворительно

14.2. **Рекомендуемая литература для разработки оценочных средств и подготовке обучающихся к аттестации.**

- <http://www.zavuch.info>
- <http://www.dynastyfdn.com>
- <http://researcher.ru>
- <http://www.smartboard.ru>
- <http://school-collection.edu.ru>
- <http://mir-predmetov.narod.ru>
- <http://www.edu.ru>
- <http://festival.1september.ru>

**Тема:** Решение простейших задач на определение вероятности с использованием теоремы сложения и умножения вероятностей.

**Цель:** Овладение практическими навыками решения простейших задач на определение вероятности с использованием теоремы сложения и умножения вероятностей.

**Порядок выполнения работы:**

1. Повторить теоретическую часть.
2. Ответить на вопросы:

а) дайте классическое определение вероятности события и перечислите его свойства;

б) запишите формулы элементов комбинаторики: размещений, перестановок, сочетаний;

в) запишите теоремы сложения и умножения вероятностей событий.

**Пример выполнения задания.**

1. *В группе 25 студентов, из них 10 юношей и 15 девушек. Какова вероятность того, что из вызванных наудачу трёх студентов: а) все три девушки, б) первые два юноши и одна девушка.*

Решение: а)  $P=m/n$ . Число элементарных событий  $n=C_{25}^3$ . Число благоприятствующих событий  $m=C_{10}^0 \cdot C_{15}^3$ . Тогда вероятность того, что из вызванных наудачу трёх студентов будут все три девушки равна

$$P = \frac{C_{10}^0 \cdot C_{15}^3}{C_{25}^3} = \frac{10! \cdot 15! \cdot 22! \cdot 3!}{3! \cdot 10! \cdot 12! \cdot 3! \cdot 22!} = \frac{2730}{13800} = 0,198.$$

б)  $P = m/n$ . Число элементарных событий  $n = C_{25}^3$ . Число благоприятствующих событий  $m = C_{10}^2 \cdot C_{15}^1$ . Тогда вероятность того, что из вызванных наудачу трёх студентов будут два юноши и одна девушка равна

$$P = \frac{C_{10}^2 \cdot C_{15}^1}{C_{25}^3} = \frac{10! \cdot 15! \cdot 22! \cdot 3!}{2! \cdot 8! \cdot 14! \cdot 1! \cdot 25!} = \frac{675}{2300} = 0,293.$$

Ответ: а) 0,198; б) 0,293.

**2. В первой бригаде производится в три раза больше продукции, чем во второй. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной для первой бригады равна 0,7, для второй - 0,8. Определить вероятность того, что взятая наугад единица продукции будет стандартной. Какова вероятность того, что она произведена второй бригадой?**

Решение: Событие  $A$  – «деталь будет стандартной»,  $H_1$  – «изготовлена в 1 бригаде»,  $H_2$  – «изготовлена во 2 бригаде».  $P(H_1) = 0,75$ ;  $P(H_2) = 0,25$ ;  $P(A|H_1) = 0,7$ ;  $P(A|H_2) = 0,8$ .

Следовательно, искомая вероятность  $P(A) = 0,75 \cdot 0,7 + 0,25 \cdot 0,8 = 0,525 + 0,2 = 0,725$ .

Вероятность того, что стандартная деталь произведена второй бригадой:

$$P(H_2|A) = \frac{P(H_2) \cdot P(A|H_2)}{P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2)} = \frac{0,25 \cdot 0,8}{0,75 \cdot 0,7 + 0,25 \cdot 0,8} = 0,276$$

Ответ: 0,725; 0,276.

**3. В конверте 10 фотографий, среди которых две нужные. Извлечено 5 фотографий. Какова вероятность, что нужные две среди них?**

Решение: Число элементарных событий определим  $C_{10}^5$  способами, т.е. 5 фото из 10 можно выбрать  $C_{10}^5$  способами  $n = C_{10}^5$ .

Число благоприятных исходов вычисляется следующим образом:

2 нужные фото из 2<sup>х</sup> нужных можно выбрать  $C_2^2 = 1$  способами.

3 ненужные из 8 ненужных можно выбрать  $C_8^3$  способами.

Каждый выбор нужной фотографии может сочетаться с выбором ненужной.

Поэтому  $m = C_2^2 \cdot C_8^3$

Искомую вероятность находим по классическому определению вероятности:  $P = \frac{m}{n}$

$$m = (2! / 2! 0!) \cdot (8! / 3! 5!) = 1 \cdot 56 = 56$$

$$n = 10! / 5! 5! = 252$$

$$P = 56 / 252 = 2 / 9$$

Ответ: 2/9.

**4. Устройство содержит два независимо работающих элемента. Вероятности их отказа соответственно равны 0,2 и 0,3. Найти вероятность отказа устройства, если для этого достаточно, чтобы отказал хотя бы один элемент.**

Решение: Событие  $A$  – отказал 1<sup>ый</sup> элемент  $P(A) = 0,2$ .

Событие  $B$  – отказал 2<sup>ой</sup> элемент  $P(B) = 0,3$ .

$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,8$  - не отказал 1<sup>ый</sup> элемент.

$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,7$  - не отказал 2<sup>ой</sup> элемент.

Вероятность того, что устройство не отказало, находим по теореме умножения

$$P(\bar{A} \cdot \bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$$

Искомую вероятность находим как обратную к полученной:

$$P = 1 - P(\bar{A} \cdot \bar{B}) = 1 - 0,56 = 0,44.$$

Ответ:  $P = 0,44$ .

5. Нужная студенту книга с вероятностью 0,8 имеется в каждой из трёх библиотек A, B, C. Если в A книга не обнаружена, он идёт в B. Если в B книги нет, он идёт в C. Найти вероятность того, что студент книгу получит.

Решение:  $P(A) = 0,8$

$P_{\bar{A}}(B) = 0,8$  - вероятность того, что не найдя книгу в библиотеке A, найдет в B.

$P_{\bar{A},\bar{B}}(C) = 0,8$  - вероятность того, что не найдя книгу в библиотеке A и B, найдет в библиотеке C.

$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,2$

искомую вероятность находим по формуле:

$$P = P(A) + P(\bar{A}) \cdot P_{\bar{A}}(B) + P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P_{\bar{A},\bar{B}}(C)$$

$$P = 0,8 + 0,2 \cdot 0,8 + 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 0,992$$

Ответ:  $P = 0,992$

### Варианты заданий

#### ЗАДАЧИ:

1. В книжной лотерее разыгрывается n книг. Всего в урне имеется N билетов. Первый подошедший к урне вынимает билет. Определить вероятность того, что билет окажется выигрышным.
2. В круг радиуса r случайным образом брошена точка так, что её любое расположение в круге равновозможно. Найти вероятность того, что она окажется внутри находящегося в круге квадрата со стороной a.
3. Для сигнализации о возгорании установлены два независимо работающих датчика. Вероятности того, что при возгорании датчик сработает, для первого и второго датчиков соответственно равны  $p_1$  и  $p_2$ . Найти вероятность того, что при пожаре сработает хотя бы один датчик, и вероятность того, что при пожаре сработает ровно один датчик.
4. В тире имеется 5 различных по точности боя винтовок. Вероятность попадания в мишень для данного стрелка соответственно равна 0.5, 0.55, 0.7, 0.75 и P. Чему равна вероятность попадания в мишень, если стрелок делает один выстрел из случайно выбранной винтовки? Попадание произошло. Чему равна вероятность того, что была выбрана первая винтовка?
5. Вероятность того, что баскетболист при броске попадёт в корзину, равна p. Определить вероятность того, что, сделав n бросков, он m раз попадёт.

#### Данные к задачам 1-5.

№	n	N	r	a	$p_1$	$p_2$	P	n	m	p
1	9	50	9	4	0.7	0.9	0.9	8	3	0.2
2	8	50	10	4	0.6	0.7	0.7	6	4	0.1
3	7	50	10	6	0.7	0.9	0.75	7	3	0.1
4	6	50	8	6	0.6	0.8	0.6	9	4	0.1
5	5	50	10	8	0.7	0.8	0.65	8	4	0.2
6	4	50	7	5	0.4	0.5	0.55	7	4	0.2
7	3	50	9	5	0.5	0.7	0.5	6	3	0.2
8	2	50	8	5	0.6	0.9	0.45	9	3	0.2
9	1	50	7	6	0.6	0.5	0.4	5	2	0.1
10	11	50	6	4	0.4	0.6	0.35	5	3	0.2
11	9	100	90	4	0.7	0.9	0.9	7	3	0.2
12	8	100	100	4	0.6	0.7	0.7	8	4	0.1
13	7	100	100	6	0.7	0.9	0.75	5	3	0.1
14	6	100	80	6	0.6	0.8	0.6	8	4	0.1
15	5	100	100	8	0.7	0.8	0.65	6	4	0.2
16	4	100	70	5	0.4	0.5	0.55	9	4	0.2
17	3	100	90	5	0.5	0.7	0.5	8	3	0.2
18	2	100	80	5	0.6	0.9	0.45	7	3	0.2
19	1	100	70	6	0.6	0.5	0.4	6	2	0.1

## Практическое занятие № 14

Данная практическая работа предназначен для и оценки знаний и умений студентов по программе учебной дисциплины «математика» основной профессиональной образовательной программы 23.02.02

14.3. **Контингент аттестуемых:** студенты 2 курса.

14.4. **Форма и условия аттестации:** практическая работа

### 15. Раздел 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

15.1. **Время выполнения:** выполнение 90 мин;

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка уровня подготовки	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
75– 100%	5	Отлично
70 –74%	4	Хорошо
55- 69%	3	удовлетворительно
менее 55%	2	неудовлетворительно

15.2. **Рекомендуемая литература для разработки оценочных средств и подготовке обучающихся к аттестации.**

- <http://www.zavuch.info>
- <http://www.dynastyfdn.com>
- <http://researcher.ru>
- <http://www.smartboard.ru>
- <http://school-collection.edu.ru>
- <http://mir-predmetov.narod.ru>
- <http://www.edu.ru>
- <http://festival.1september.ru>

**Тема:** Нахождение математического ожидания, дисперсии и среднего квадратичного отклонения дискретной случайной величины, заданной законом распределения.

**Цель:** Овладение практическими навыками построения ряда распределения случайной величины, нахождения функции распределения случайной величины и ее числовых характеристик.

**Порядок выполнения работы:**

1. Повторить теоретическую часть.
2. Ответить на вопросы:

а) дайте определение дискретной и непрерывной случайных величин;

б) объясните, что такое закон распределения случайной величины;

в) запишите формулы для вычисления математического ожидания, дисперсии и среднего квадратичного отклонения дискретной случайной величины.

#### **Закон распределения случайной величины.**

**Цель:** Овладение практическими навыками решения задач на вычисление вероятностей событий.

Выборка. Выборочные распределения. Вариационный ряд. Числовые характеристики выборки. Гистограмма, эмпирическая функция распределения, выборочная средняя и дисперсия. Статистические оценки.

#### **Пример выполнения задания**

В урне 6 белых и 4 чёрных шара. Из неё извлекают 3 шара.  $X$  — число белых шаров среди извлечённых.

Найти: а) ряд распределения  $X$ ; б) функцию распределения  $F(x)$ , в ответе записать значения  $F(0,2)$ ,  $F(2,5)$ ; в)  $m_x$ ; г)  $D_x$ ; д)  $P(0,2 < X < 2,5)$ .

Решение:

а) Случайная величина  $X$  может принимать значения 0, 1, 2, 3.

Вероятности этих значений:

$$P_{x=0} = \frac{C_6^0 \cdot C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{6! \cdot 4! \cdot 7! \cdot 3!}{6! \cdot 0! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 10!} = \frac{1}{30}$$

$$P_{x=1} = \frac{C_6^1 \cdot C_4^2}{C_{10}^3} = \frac{6! \cdot 4! \cdot 7! \cdot 3!}{5! \cdot 1! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 10!} = \frac{3}{10}$$

$$P_{x=2} = \frac{C_6^2 \cdot C_4^1}{C_{10}^3} = \frac{6! \cdot 4! \cdot 7! \cdot 3!}{4! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 10!} = \frac{1}{2}$$

$$P_{x=3} = \frac{C_6^3 \cdot C_4^0}{C_{10}^3} = \frac{6! \cdot 4! \cdot 7! \cdot 3!}{3! \cdot 3! \cdot 4! \cdot 0! \cdot 10!} = \frac{1}{6}$$

Ряд распределения X:

<b>X</b>	0	1	2	3
<b>P</b>	$\frac{1}{30}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

$$б) F(x) = \begin{cases} 0 & \text{если } x \leq 0 \\ \frac{1}{30} & \text{если } 0 < x \leq 1 \\ \frac{1}{3} & \text{если } 1 < x \leq 2 \\ \frac{5}{6} & \text{если } 2 < x \leq 3 \\ 1 & \text{если } x > 3 \end{cases}$$

$F(x)$  – функция распределения  $x$ .

$$F(0,2) = \frac{1}{30} \quad F(2,5) = \frac{5}{6}$$

**Математическое ожидание** в)  $m_x = x_1 P_1 + x_2 P_2 + x_3 P_3 + x_4 P_4$

$$m_x = 0 \cdot \frac{1}{30} + 1 \cdot \frac{3}{10} + 2 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{6} = 1,8 = 9/5$$

**Дисперсия** г)  $D_x = M(x^2) - (M(x))^2$

$$D_x = \left( 0^2 \cdot \frac{1}{30} + 1^2 \cdot \frac{3}{10} + 2^2 \cdot \frac{1}{2} + 3^2 \cdot \frac{1}{6} \right) - (1,8)^2 = 3,8 - 3,24 = 0,56 = 14/25$$

**Вероятность попадания в заданный интервал**

д)  $P(0,2 < x < 2,5) = F(2,5) - F(0,2)$

$$P(0,2 < x < 2,5) = \frac{5}{6} - \frac{1}{30} = \frac{4}{5}$$

**Варианты заданий**

Случайная величина X задана рядом распределения:

$x_i$	-1	0	1
$p_i$	p	1-2p	p

Найти  $P\{X < 0\}$ ,  $P\{X > -1\}$ ,  $P\{-1 < X < 1\}$ . Найти  $MX$ ,  $DX$ .

Построить таблицу распределения и найти  $MY$ ,  $DY$  для случайной величины  $Y = 2X + 3$  (X задана в предыдущей задаче).

№	p
1	0.1
2	0.15
3	0.45
4	0.25
5	0.3
6	0.35

7	0.4
8	0.45
9	0.1
10	0.15
11	0.45
12	0.25
13	0.3

14	0.35
15	0.4
16	0.1
17	0.15
18	0.45
19	0.25

## Практическое занятие № 15

*Данная практическая работа предназначена для и оценки знаний и умений студентов по программе учебной дисциплины «математика» основной профессиональной образовательной программы 23.02.02*

15.3. **Контингент аттестуемых:** студенты 2 курса.

15.4. **Форма и условия аттестации:** практическая работа

### 16. Раздел 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

16.1. **Время выполнения:** выполнение 90 мин;

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка уровня подготовки	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
75– 100%	5	Отлично
70 –74%	4	Хорошо
55- 69%	3	удовлетворительно
менее 55%	2	неудовлетворительно

16.2. **Рекомендуемая литература для разработки оценочных средств и подготовке обучающихся к аттестации.**

- <http://www.zavuch.info>
- <http://www.dynastyfdn.com>
- <http://researcher.ru>
- <http://www.smartboard.ru>
- <http://school-collection.edu.ru>
- <http://mir-predmetov.narod.ru>
- <http://www.edu.ru>
- <http://festival.1september.ru>

**Тема:** Решение задач по теории графов

**Цель:** Овладение практическими навыками построения остовного дерева. Научиться решать транспортную задачу

**Порядок выполнения работы:**

1. Повторить теоретическую часть.
2. Ответить на вопросы:

*По заданной матрице весов построить граф и найти кратчайшие пути в орграфе от вершины  $X_1$  ко всем остальным вершинам, используя алгоритм Дейкстры. Построить дерево кратчайших путей.*

Вариант 1

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$
$X_1$	0	15		23	8			
$X_2$	15	0	22		12			
$X_3$		22	0	16	13	20	17	
$X_4$	23		16	0	8	10		18
$X_5$	8	12	13	8	0	25		
$X_6$			20	10	25	0	12	9
$X_7$			17			12	0	16
$X_8$				18		9	16	0

$X_5$	6	10	11	6	0	23		
$X_6$			18	8	23	0	10	7
$X_7$			15			10	0	14
$X_8$				16		7	14	0

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$
$X_1$	0	13		21	6			
$X_2$	13	0	20		10			
$X_3$		20	0	14	11	18	15	
$X_4$	21		14	0	6	8		16

Вариант 3								
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$
$X_1$	0	5	4			12		
$X_2$	5	0	7		13			
$X_3$	4	7	0	9			6	25
$X_4$			9	0	11		8	9

$X_5$		13		11	0	15		6
$X_6$	12				15	0	10	
$X_7$			6	8		10	0	
$X_8$			25	9	6			0

Вариант 4

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$
$X_1$	0	7	6			14		
$X_2$	7	0	9		15			
$X_3$	6	9	0	11			8	27
$X_4$			11	0	13		10	11
$X_5$		15		13	0	17		8
$X_6$	14				17	0	12	
$X_7$			8	10		12	0	
$X_8$			27	11	8			0

Вариант 5

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$
$X_1$	0	6	4		6	8		
$X_2$	6	0	4	13				
$X_3$	4	4	0	13	5		18	25
$X_4$		13	13	0				10
$X_5$	6		5		0	5	10	
$X_6$	8				5	0	12	
$X_7$			18		10	12	0	12
$X_8$			25	10			12	0

Вариант 6

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$
$X_1$	0	8	6		8	10		
$X_2$	8	0	6	15				
$X_3$	6	6	0	15	7		20	27
$X_4$		15	15	0				12
$X_5$	8		7		0	7	12	
$X_6$	10				7	0	14	
$X_7$			20		12	14	0	13
$X_8$			27	12			13	0

Вариант 7

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$
$X_1$	0	10	6	7	11	21		
$X_2$	10	0	5				15	
$X_3$	6	5	0				11	19
$X_4$	7			0	9	13	10	

$X_5$	11			9	0			
$X_6$	21			13		0	18	10
$X_7$		15	11	10		18	0	4
$X_8$			19			10	4	0

Вариант 8

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$
$X_1$	0	8	4	5	9	19		
$X_2$	8	0	3				13	
$X_3$	4	3	0				9	17
$X_4$	5			0	7	11	8	
$X_5$	9			7	0			
$X_6$	19			11		0	16	8
$X_7$		13	9	8		16	0	2
$X_8$			17			8	2	0

Вариант 9

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$
$X_1$	0	3	2	8	6		15	
$X_2$	3	0	4					
$X_3$	2	4	0	3				6
$X_4$	8		3	0			3	4
$X_5$	6				0	3	2	
$X_6$					3	0		2
$X_7$	15			3	2		0	6
$X_8$			6	4		2	6	0

Вариант 10

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$
$X_1$	0	5	4	10	8		17	
$X_2$	5	0	6					
$X_3$	4	6	0	5				8
$X_4$	10		5	0			5	6
$X_5$	8				0	5	4	
$X_6$					5	0		4
$X_7$	17			5	4		0	8
$X_8$			8	6		4	8	0



## Перечень рекомендуемых учебных изданий

К.Н.Лунгу, В.П.Норин и др. «Сборник задач по высшей математике» (1 курс) М. «АЙРИС ПРЕСС» 2012 год.

К.Н.Лунгу, В.П.Норин и др. «Сборник задач по высшей математике» (2 курс) М. «АЙРИС ПРЕСС» 2013 год.

И. И. Баврин М. Учебник «Высшая математика» (4-е издание) «Academa» - 2010год

Колягин Ю.М. и др. Математика (Книга 1). – М., 2009

Колягин Ю.М. и др. Математика (Книга 2). – М., 2009.

### ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

М.Я. Выгодский Справочник по высшей математике. – М.: Росткнига, 2011

Н.В. Богомоллов Практические занятия по математике. – М.: Высшая школа, 2010

В.С. Щипачев Задачник по высшей математике. – М.: Высшая школа, 2010

П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1 и 2. – М.: Высшая школа, 2009

А.А. Дадаян Математика Учебник. - 2-е издание – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2013

А.А. Дадаян Сборник задач по математике – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2012

Д.Письменный «Конспект лекций по высшей математике» (1 курс) М. «АЙРИС ПРЕСС» 2012 год.

К.Н.Лунгу, В.П.Норин и др. «Сборник задач по высшей математике» (1 курс) М. «АЙРИС ПРЕСС» 2012 год.

### Интернет ресурсы

- <http://www.zavuch.info>
- <http://www.dynastyfdn.com>
- <http://researcher.ru>
- <http://www.smartboard.ru>
- <http://school-collection.edu.ru>
- <http://mir-predmetov.narod.ru>
- <http://www.edu.ru>
- <http://festival.1september.ru>
- <http://www.1c.ru/> - Фирма «1С»
- <http://www.nd.ru/> - компания «Новый диск»
- <http://www.solon-press.ru/> - издательство СОЛОН-ПРЕСС
- <http://www.int-edu.ru/> - Институт новых технологий
- <http://www.int-edu.ru/index.php?m1=444&m2=0&ms=2> – Программные продукты Институт новых технологий
- <http://www.prosv.ru/>– изд-во «Просвещение» (в основном книги)

- [bymath.net](http://bymath.net) - "Вся элементарная математика". Темы: Арифметика, Алгебра, Геометрия, Тригонометрия, Функции и графики, Основы анализа, Множества, Вероятность, Аналитическая геометрия. Все темы содержат множество примеров с решениями.
- [uztest.ru](http://uztest.ru) - сайт "ЕГЭ математика" - подготовка к тестированию (ЕГЭ) по математике.